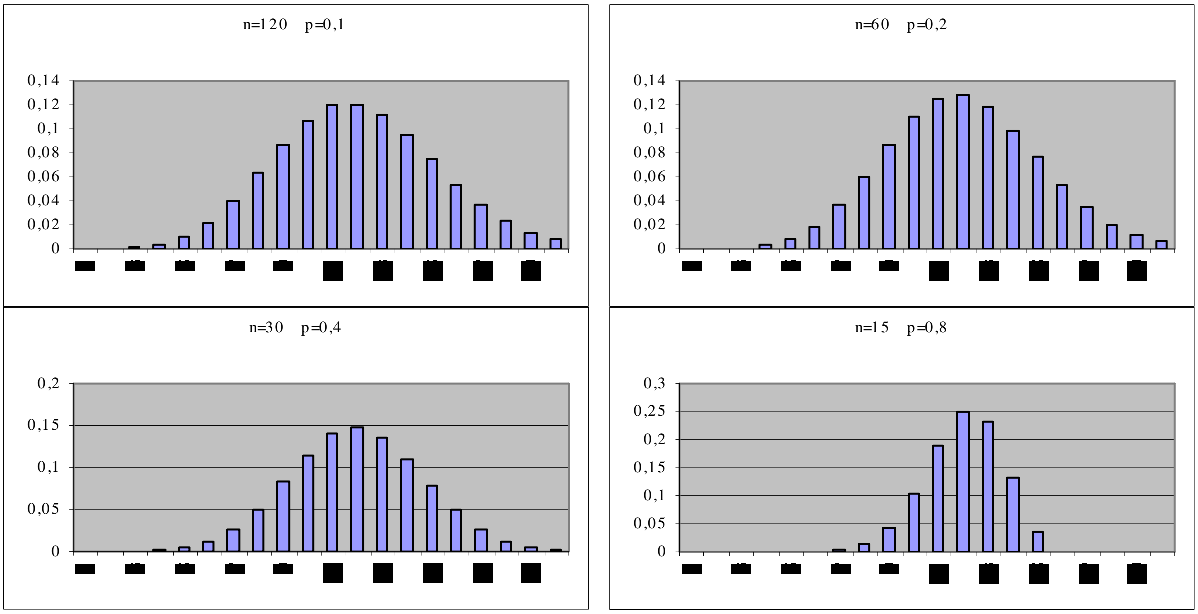
Arbeitsblatt zur Streuung einer WSverteilung

Aufgabe 1: Analysiere die vier verschiedenen Bernoulli-Versuche mit den jeweils angegebenen Versuchsumfängen und Erfolgswahrscheinlichkeiten:



a) Berechne zu allen vier Versuchen den Erwartungswert μ

b) Trotz des Ergebnisses aus Teilaufgabe a) sind die Versuche doch sehr unterschiedlich. Beschreibe den wesentlichen Unterschied der vier Versuche.

Arbeitsblatt zur Streuung einer Binomialverteilung

Aufgabe 3: Begründe mit Hilfe der allgemeinen Formel für die Varianz einer Zufallsgröße:

Bei einem n-stufigen Bernoulli-Versuch mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p und der Zufallsgröße X: *Anzahl der Erfolge* berechnet sich die Varianz durch die Formel:

$$V(X) = [0^2 \cdot P(X=0) + 1^2 \cdot P(X=1) + \cdots + n^2 \cdot P(X=n)] - (n \cdot p)^2$$

Aufgabe 4: Berechne die Varianz der Zufallsgröße X: *Anzahl der Würfe mit Augenzahl 6 beim 3fachen Würfeln*. Fülle dazu die nebenstehende Tabelle aus.

$\mu = n \cdot p =$ ________

V(X) = __________________

k	P(X = k)	$k^2 \cdot P(X = k)$
0		
1		
2		
3		
	Summe:	

Aufgabe 5: Bestimme allgemein die Varianz für die Zufallsgröße X eines 1-stufigen, 2-stufigen und 3-stufigen Bernoulli-Versuchs.

ARBEITSBLATT ZUR STREUUNG EINER WSVERTEILUNG (II)

Obwohl wir bei allen vier Versuchen im Mittel $\mu = 12$ Erfolge erwarten, ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen dieser Erfolgsanzahl sehr unterschiedlich. Tritt beim ersten Versuch (n = 120, p = 0,1) die Erfolgsanzahl k = 12 nur in ca. 12 % der Fälle auf, so sind es beim letzen Versuch (n = 15, p = 0,8) bereits gute 25 %. Auch die Erfolgsanzahlen in direkter Umgebung von k = 12 (also k = 11 bzw. k = 13) treten beim letzten Versuch relativ häufiger auf, als beim ersten. Die Streuung um den Erwartungswert ist also beim ersten Versuch größer als beim letzen.

Als Maß für die Streuung haben wir bereits in der beschreibenden Statistik die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert $\bar{x}$ kennen gelernt:

$$\bar{s}^2 = (x_1 - \bar{x})^2 \cdot h(x_1) + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot h(x_2) + \cdots + (x_m - \bar{x})^2 \cdot h(x_m)$$

In Ähnlicher Weise definieren wir auch zur Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X ein Maß für die Streuung um den Erwartungswert μ:

Definition: Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße:

Die obige Formel für die Varianz V(X) ist sehr umständlich zu berechnen. Ähnlich wie bei der mittleren quadratischen Abweichung vom arithmetischen Mittelwert ist auch diese Formel zu vereinfachen.

Aufgabe 2: Vereinfache die Formel in folgender Schrittigkeit: (1) Löse die quadratischen Klammern auf, (2) fasse jeweils ähnliche Terme zusammen und klammere so weit wie möglich aus, (3) erinnere dich an die Definition des Erwartungswertes.

$$V(X) = (a_1 - \mu)^2 \cdot P(X = a_1) + (a_2 - \mu)^2 \cdot P(X = a_2) + \cdots + (a_m - \mu)^2 \cdot P(X = a_m)$$

=

=

=

$$= [a_1{}^2 \cdot P(X = a_1) + a_2{}^2 \cdot P(X = a_2) + \cdots + a_m{}^2 \cdot P(X = a_m)] - \mu^2$$